

**Riferimento: Matematica Finanziaria II-Mat. per le Ass.ni DANNI a  
Cose e Persone-Teoria del RISCHIO**

ESERCIZI (DI CROCCO-CHIURAZZI)

**ASSICURAZIONI VITA: CASO VITA**

Sono due le forme più conosciute di assicurazioni vita caso vita:

- **capitale differito**: in questa forma la Compagnia di assicurazione si impegna a corrispondere, ad un individuo, assicuratosi all'età attuale  $x$ , un determinato capitale se alla scadenza del contratto, decorsi  $n$  anni, l'assicurato sarà ancora in vita.
- **rendita vitalizia**: in questa forma la Compagnia di assicurazione si impegna a corrispondere ad un individuo, assicuratosi all'età attuale  $x$ , una rendita periodica immediata, posticipata, fin quando l'assicurato sarà in vita.

**Importante!!** Prima di procedere alla valutazione **attuariale**, sia in senso finanziario che in senso probabilistico, è indispensabile fissare le cosiddette **basi tecniche** (tasso di interesse, regime finanziario, tavola demografico-finanziaria).

Per gli esercizi di seguito svolti sono state utilizzate le seguenti basi tecniche:

- tasso di interesse: 4%;
- regime finanziario: interesse composto
- tavole attuariali (cioè demografico-finanziarie): Italia M 1981

**Esercizio n. 1**

Una testa di età attuale precisa  $x$ , pari a 30 anni, stipula un contratto di assicurazione (polizza) in forma di **capitale differito** di durata  $n$ , pari a 10 anni. Calcolare:

- a. il valore attuale medio per un capitale unitario, ovvero, il tasso di premio;
- b. il premio unico puro che garantirebbe alla scadenza, se sopravvive all'età  $x+n$ , un capitale  $C$  di €10.000.

## ESERCIZI (DI CROCCO-CHIURAZZI)

**Tav: 1981**

**Sesso: M**

**Tasso: 4%**

**$x = 30$        $n = 10$        $x + n = 40$**

$${}_n E_x = v^n \cdot {}_n P_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \Rightarrow {}_{10} E_{30} = v^{10} \cdot {}_{10} P_{30} = \frac{D_{40}}{D_{30}}$$

Dai valori dei **simboli di commutazione** delle tavole attuariali ricaviamo:

$${}_{10} E_{30} = \frac{19.834,12}{29.742,89} = 0,66685248 \quad (\text{tasso di premio})$$

Il **premio unico puro** A sarà:

$$A = C \cdot {}_{10} E_{30} = 10.000,00 * 0,66685 = 6.668,50 \text{ € } (\text{premio unico puro})$$

### **Esercizio n. 2**

Una testa di età attuale precisa pari a 50 anni stipula un contratto di assicurazione in forma di **capitale differito** di durata pari a 10 anni. Calcolare:

- il valore attuale medio per un capitale unitario, ovvero, il tasso di premio;
- il premio unico puro che garantirebbe alla scadenza, se sopravvivente, un capitale C di € 10.000

**Tav:1981**

**Sesso: M**

**Tasso: 4%**

**$x = 50$        $n = 10$        $x + n = 60$**

$${}_n E_x = v^n \cdot {}_n P_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \Rightarrow {}_{10} E_{50} = v^{10} \cdot {}_{10} P_{50} = \frac{D_{60}}{D_{50}}$$

$${}_{10} E_{50} = \frac{7.827,75}{12.920,51} = 0,605839 \quad (\text{tasso di premio})$$

## ESERCIZI (DI CROCCO-CHIURAZZI)

Il premio unico puro A sarà:

$$A = C \cdot {}_{10}E_{50} = 10.000,00 * 0,60584 = 6.058,40 \text{ € (premio unico puro)}$$

### Esercizio n. 3

Una testa di età attuale precisa pari a 70 anni stipula un contratto di assicurazione in forma di **capitale differito** di durata pari a 10 anni. Calcolare:

- il valore attuale medio per un capitale unitario, ovvero, il tasso di premio;
- il premio unico puro che garantirebbe alla scadenza, se sopravvivente, un capitale C di €10.000

**Tav:1981**

**Sesso: M**

**Tasso: 4%**

**$x = 70$        $n = 10$        $x + n = 80$**

$${}_n E_x = v^n \cdot {}_n P_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} \Rightarrow {}_{10} E_{70} = v^{10} \cdot {}_{10} P_{70} = \frac{D_{80}}{D_{70}}$$

$${}_{10} E_{70} = \frac{1.352,64}{4.050,64} = 0,3339324 \quad \text{(tasso di premio)}$$

Il premio unico puro A sarà:

$$A = C \cdot {}_{10} E_{70} = 10.000,00 * 0,3340 = 3.340,00 \text{ € (premio unico puro)}$$

**Importante!!!**

## ESERCIZI (DI CROCCO-CHIURAZZI)

Ricordando che il reciproco di  ${}_n E_x$  non è altro che il **montante demografico-finanziario** ed è pari a  $\frac{1}{{}_n E_x}$ , si può facilmente dimostrare la seguente relazione:

$$\frac{1}{{}_n E_x} > (1 + i)^n$$

ciò significa che il montante demografico-finanziario sarà sempre maggiore del montante puramente finanziario.

### Dimostrazione

Per  $x = 30$   $n = 10$   $x + n = 40$  Tav: 1981 Sesso: M Tasso: 4%

$$\frac{1}{{}_n E_x} > (1 + i)^n \Rightarrow \frac{1}{{}_{10} E_{30}} > (1 + 0.04)^{10} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{0.666852} > (1.04)^{10} \Rightarrow 1,499582 > 1,480244 \quad \text{c.v.d.}$$

### **Esercizio n. 4**

Una testa di età attuale precisa pari a 30 anni, stipula un contratto di assicurazione, in forma di **rendita vitalizia**. Calcolare:

- il valore attuale medio per un capitale unitario, ovvero, il tasso di premio unico puro;
- il premio unico puro che garantirebbe, se sopravvivenne alle varie scadenze, una rendita vitalizia  $R$  immediata posticipata di € 12000 annui.

**Tav:1981**

**Sesso: M**

**Tasso: 4%**

**$x = 30$**

## ESERCIZI (DI CROCCO-CHIURAZZI)

$$a_x = {}_1E_x + {}_2E_x + \dots + {}_{w-1-x}E_x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{w-1}}{D_x} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{N_{x+1}}{D_x} = \frac{N_{31}}{D_{30}} = \frac{585467.26}{29742.89} = 19,6843 \text{ (tasso di premio)}$$

Il premio unico puro A sarà:

$$A = R \cdot a_{30} = 12.000,00 * 19,6843 = 236.211,60 \text{ € (premio unico puro)}$$

### Esercizio n. 5

Una testa di età attuale precisa pari a 50 anni stipula un contratto di assicurazione in forma di rendita vitalizia. Calcolare:

- il valore attuale medio per un capitale unitario, ovvero, il tasso di premio;
- il premio unico puro che garantirebbe, se sopravvive alle varie scadenze, una rendita vitalizia R immediata posticipata di €12.000 annui.

**Tav:1981**

**Sesso: M**

**Tasso: 4%**

**x = 50**

$$a_x = {}_1E_x + {}_2E_x + \dots + {}_{w-1-x}E_x \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{w-1}}{D_x} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{N_{x+1}}{D_x} = \frac{N_{51}}{D_{50}} = \frac{187222.73}{12920.51} = 14,4904$$

## ESERCIZI (DI CROCCO-CHIURAZZI)

Il premio unico puro A sarà:

$$A = R \cdot a_{50} = 12.000,00 * 14,4904 = 173.884 \text{ € (premio unico puro)}$$

### Da ricordare

Mentre nella forma di capitale differito oltre al premio unico A ha senso parlare anche di premio annuo P, nella forma della rendita vitalizia immediata posticipata è inutile parlare di premio annuo P, considerato che alla fine di ogni periodo (anno) l'assicurato incassa un capitale. E' inoltre da tenere presente, che se al **premio puro** si aggiungono le spese di 1)**acquisizione**, 2)**gestione**, 3)di **incasso**, si ottiene il **premio di tariffa**.